

# **Stærðfræði í Teigaseli**

**Unnið í febrúar 2006**

## Inngangur

Stærðfræði er að finna alls staðar í starfi leikskóla og er hún samofin hinum ýmsu námsþáttum sem unnið er eftir samkvæmt Aðalnámskrá leikskóla. Undanfarin ár hefur orðið mikil hugarfarsbreyting í notkun stærðfræði innan leikskóla og augu fólks opnast fyrir því hvað börnin eru móttækileg fyrir undrum stærðfræðinnar.

Í Teigaseli er búið að vera að vinna með stærðfræði og stærðfræðihugtök frá því skólinn var stofnaður. Á skipulagsdegi í ágúst 2005 fengum við Guðbjörgu Pálsdóttur kennara við KHÍ til að halda fyrir starfsfólkið námskeið í stærðfræðikennslu. Með henni var leikskólakennaranemi frá leikskólanum Sjónarhóli í Reykjavík, sem kynnti fyrir okkur stærðfræðiverkefni sem verið er að vinna að í þeim leikskóla. Síðar um haustið hafði Ólöf Björg Steinþórsdóttir, lektor við University of North Carolina, Chapel Hill, USA samband við okkur og óskaði eftir þátttöku okkar, ásamt leikskólanum Sjónarhóli, í rannsókn sem hún er að vinna að og fjallar um stærðfræðikennslu byggða á skilningi barna.

Það er ljóst að heilmikil vinna bíður okkar, sem verður bæði krefjandi og skemmtileg en umfram allt kemur hún til með að færa okkur aukinn skilning á námsefninu stærðfræði sem og á námshæfni barna.

Hér á eftir munum við m.a. gera grein fyrir þeirri þróun sem hefur orðið í stærðfræðikennslu Teigsels síðastliðin ár, en jafnframt verður fjallað um þann fræðilega grunn sem býr undir. Að auki koma upplýsingar frá Ólöfu Björgu, sem er hugsað sem kynning á væntanlegri rannsókn.

„Í leikskóla á að leggja áherslu á skapandi starf og leik barnsins. Ekki er um beina kennslu að ræða sem stefnir að ákveðinni fræðilegri þekkingu. Leikskólafræði eru fremur þroskamiðuð en fagmiðuð, með áherslu á leik barna sem nám- og þroskaleið, uppgötvunarnám.”  
(Aðalnámskrá leikskóla:8)

## Fræðileg umfjöllun um stærðfræði

„Nota má margvísleg tækifæri t.d. í hreyfileikjum, byggingaleikjum, og myndgerð, til þess að efla hugtakaskilning barnsins á ýmsu er lýtur að fjölda, magni, þyngd, hæð, lengd og breidd. Barn gerir sér smám saman gleggri grein fyrir rými og rúmtaki hluta og efna og lærir orð fyrir þau.”  
(Aðalnámskrá leikskóla:22)

Erlendir fræðimenn hafa skoðað og sett fram ótal kenningar um hvernig börn læra og þroskast í leik og starfi. Meðal þessara kenninga er Hugsmíðakenningin, upphafs menn hennar eru Constance Kamii og Rheta Devries. Þeirra hugmyndir byggja á kenningum Piagets um menntun yngri barna.

Meginmarkmið kenningarinnar er að þekking barnsins byggist ævinlega upp hjá barninu sjálfu. Talið er nauðsynlegt að ýta undir formgerðarbreytingu í rökhugsun hjá barninu þannig að það færist fyrir en ella frá einu vitþroskastigi til annars. Fyrri þekking eða forhugmyndir barnsins ráða miklu um afdrif og úrvinnslu nýrrar þekkingar. Lögð er höfuðáhersla á mikilvægi þess að barnið sé virkt í náms- og þróunarferlinu. Og talið er að vænlegasta leiðin til að ryðja nýrri þekkingu braut sé gagnvirkt samband barnsins við umhverfi sitt og aðra einstaklinga.

Samkvæmt þeim kenningum sem uppi eru í dag um nám og skilning barna í stærðfræði hefur komið fram að börn í leikskóla hafa mikla óformlega þekkingu á stærðfræði (Baroody 1998, Carpenter o.fl. 1999, Ginsburg 2000). Einnig hefur verið sýnt að börn á þessum aldri eru tilbúin að vinna með þessar óformlegu hugmyndir sínar við ýmis verkefni. Þau eru ekki aðeins tilbúin þau eru einnig mjög spennit fyrir að fá tækifæri að takast á við ögrandi verkefni sem tengist þeirra þekkingu sem þau hafa öðlast nú þegar. Einnig á þessum aldir eru börn forvitin á því umhverfi sem er í kringum þau og eru stöðugt að endurskoða skilning sinn á umheiminum.

“Stærðfræðileg hugsun byggir á virkri reynslu barna að rými, tölum og fjölda. Virkni og reynsla eru forsenda hugsunar. Börn tileinka sér smám saman flókin hugsanaferli og vefa hugmyndaheim á grundvelli reynslu sinnar ofan á þær einföldu uppistöður sem frumberskan leggur til. Mikilvægasta framlag kennara til að ýta undir þróun hugsunarinnar er að undirbúa vandlega þá reynslu sem þeir ætla að bjóða börnunum að ganga í gegnum. Með því að gera uppgötvanir fyrir tilstilli eigin virkni og með því að reyna að tjá þær uppgötvanir öðlast börnin getu til að hugsa á máli

stærðfræðinnar í stað þess eins að framkvæma vélrænar aðgerðir án raunverulegs skilnings.” (Williams ofl. 24-25, skýrsla Nóaborg?)

Stærðfræði tengist mörgum þáttum í þroska barna. Einn af áhersluþáttum aðalnámskrá leikskóla er málrækt, orðaforði og hugtök. Mikið að stærðfræðivinnunni er byggð upp á hópvinnu og þrautalausnum. Við slíka vinnu þurfa börnin að tjá sig. Þau þurfa að útskýra hvað þau eru að hugsa, færa rök fyrir hugsun sinni, og spyrja spurninga. Við slíka vinnu er unnið mjög markvisst með hugmyndina um málrækt, hlustun, rökhugsun, samskipti og sjálfsþekkingu. Ef stærðfræðin er notuð og skoðuð á þann hátt sem við leggjum til, má sjá sterkt tengsl milli vinnslu með stærðfræðihugtök og örvun á málþroska barna.

Talnaskilningur er mikilvæg undirstaða í stærðfræðinni. Góður talnaskilningur er forsenda þess að barnið geti náð tókum á hugarreikningi. Talnaskilningur byggir á því að skilja hugtökin á bak við tölurnar, að hvert stak er einungis talið einu sinni. Talning er því undirstaða talnaskilningsins og skipta má henni í tvo þætti sem eru talnarunur og tengingu talna við hluti þannig að ein tala eigi við einn hlut. Barnið þarf að ná skilningi á tengslum talnanna, þekkingu á magninu og talnaröðinni. Tengsl við raunveruleikan eru því nauðsynleg að til að barnið geti yfirfært þekkingu sína og notað í daglega lífinu.

Þegar börn ná 5 ára aldri þá hafa þau öðlast töluverða þekkingu á magni og tölum (Baroody 1998, Carpenter o.fl. 1999, Ginsburg 2000). Í umhverfi þeirra hafa þau haft tækifæri að komast í kynni við aðstæður þar sem þau hafa þurft að hugsa um magn og tölur. Til dæmis eru börn stöðugt að skipta jafnt á milli sín. Á þessum aldri þá gera þau það með því að deila út eitt í einu til allra þangað til allt er farið. Við slíka aðgerð fer fram grunnhugmynd margföldunar og deilingar. Annað dæmi er að börn gefa vini eða vinkonu hluta af einhverju sem þau eiga og spá síðan í hvað þau eiga mikið eftir. Til dæmis: “Nonni á 6 pokemon spjöld. Hann gefur Karen 2 pokemon spjöld. Hvað á Nonni mörg eftir?” Nonni telur öll spjöldin sín sem eru 6. Hann síðan telur tvö af þeim til að gefa Karen. Að því loknu telur hann hvað hann á mikið eftir. Þó svo að börnum hafi ekki verið kennd nein formleg aðgerð til að vinna með samlagningu, frádrátt deilingu eða margföldun, þá hafa þau grunnskilning á þeim aðstæðum sem þessar aðgerðir eiga sér stað í. Þessi skilningur er mikilvægur til að vinna áfram með, svo börn öðlist dýpri skilning á þessum hugtökum.

Ef við skoðum hvernig þessar aðgerðir hafa verið lagðar fyrir börn þá er það með því að segja þeim hvernig á að leggja saman, draga frá, margfalda og deila. Einnig hafa

þau ekki verið kynnt fyrir þessum hugtökum fyrr en í 1. bekk grunnskólans. Nýrri rannsóknir hafa sýnt börn hafa mikla þekkingu til að bera á þessum hugtökum áður en þau fá einhverja formlega kennslu (Carpenter o.fl. 1999, Ginsburg 2000). Þessi þekking er líklega ekki eins og fullorðnir skilja þessi hugtök en það þýðir ekki að hugmyndir barnanna séu röng. Í raun þá er þeirra hugmynd byggð upp á því sem “meikar sense” fyrir þau. Þessar hugmyndir þeirra eru sú forsenda sem leggja þarf upp með til að dýpka þennan skilning.

Við teljum mikilvægt og tímabært að byrja að vinna með skilning barnanna á magni og tölum. Rannsóknir hafa einnig sýnt að börn á fimm ára aldri eru tilbúin að takast á við flóknari verkefni tengd tölum (Baroody1998, Carpenter o.fl. 1999 & Ginsburg 1989). Við vinnu Teigasels á talaskilningi veður unnið með hugmyndina „stærðfræðikennsla byggð á skilningi barna” en hún byggist upp á að vinna með talnaskilning barna jafnframt því sem unnið er með skilning þeirra á samlagningu, frádrætti, margföldun og deilingu. Þessi hugmyndafræði á uppruna sinn að rekja til Wisconsin Háskóla í Madison (Carpenter o.fl., 1999). Þessi hugmyndafræði hefur haft áhrif á íslensk skólastarf og má nefna að fyrstu bækur nýja námsefnisins í stærðfræði “Eining” er að miklu leiti byggð á þessari hugmyndafræði.

## **Þróun stærðfræðikennslu í Teigaseli 1998-2006**

Þegar leikskólinn Teigasel tók til starfa árið 1998 var stefna leikskólans mörkuð og fyrir valinu varð að bjóða upp á opinn efnivið og heiltæka skólustefnu. Opinn efniviður var nýtt viðfangsefni hér á Akranesi á þeim tíma og þótti undarleg stefna og átti erfitt uppdráttar fyrstu árin.

Meðal þess opna efniviðs sem var nýr í leikskólastarfinu voru einingakubbar sem kenndir eru við Caroline Pratt og byggir notkun þeirra á hugmyndafræði hennar. Strax á haustdögum 1998 fengum við Jónínu Tryggvadóttur kennara í Kennaraháskóla Íslands til að halda námskeið í notkun einingakubbana. Á námskeiðinu opnaðist fyrir okkur nýr heimur í leikskólastarfi. Það að geta á svo einfaldan hátt með notkun kubbana lagt inn stærðfræði í gegnum leik barnanna. Notkun einingakubbana hefur verið fastur liður í starfi leikskólans og aukist ár frá ári. Kubbanámskeið hafa verið haldin tvisvar sinnum síðan, til að koma til móts við nýtt starfsfólk og efla notkun kubbana.

Haustið 2002 sótti Guðbjörg Gunnarsdóttir leikskólastjóri námskeiðum breyttar áherslur í stærðfræði, sem haldið var í grunnskólanum á Álftanesi. Kom hún með margar nýjar hugmyndir sem við sáum að við gætum nýtt okkur í leikskólanum. Í kjölfarið var keypt í leikskólann þróunarverkefni Nóaborgar „Stærðfræði – leikur,” sem okkur þótti mjög áhugavert. Í framhaldi af því varð síðan frekari þróun í stærðfræðikennslu hér í Teigaseli.

Við undirbúning vetrarstarfsins á elstu deildinni fyrir skólaárið 2002-2003 ákvað væntanlegur deildarstjóri Katrín Barðadóttir að nota hinar góðu hugmyndir sem var að finna í þróunarverkefni Nóaborgar til að útbúa námsáætlun í stærðfræði. Notaður var sá efniviður sem til var á deildinni, m.a. einingakubbar, rökkubbar og sætisgildiskubbar. Auk þess var tölvan mikið notuð til að vera í ýmsum stærðfræðileikjum. Á foreldrafundi að hausti var óskað eftir aðstoð foreldra við að safna í smáhlutasafn.

Eftir þennan fyrsta vetur í markvissri vinnu með stærðfræði á Háteig. kom það starfsfólki mest á óvart hversu mikið er af stærðfræði allt í kringum okkur, í hinu daglega starfi. Auk þess sem starfsfólkið var meðvitaðra um að nýta og grípa tækifærin í dagsins önn til að koma stærðfræðinni beint og óbeint að í leik og starfi barnanna.

Næsta skólaár á eftir, 2003-2004, tók nýr deildarstjóri við á Háteigi, Guðrún Erla Guðlaugsdóttir. Hún endurbætti og stækkaði stærðfræðiáætlunina sem til var og meðal þess sem bætt var við voru verkefni úr Geitungnum, sem er kennslubók fyrir byrjendur í stærðfræði. Að hausti hélt Ásta Egilsdóttir grunnskólakennari fyrirlestur hér í leikskólanum um stærðfræði þar sem fram komu mikið af nýjum hugmyndum um notkun stærðfræði í leikskólastarfi. Eftir þennan fyrirlestur vorum við okkur enn betur meðvituð um stærðfræðina í daglegu lífi í leikskólans.

Vorið 2004 fór starfsfólk Teigasels í náms- og kynnisferð til Malmö í Svíþjóð. Meðal þess sem lagt var upp með við skipulagningu ferðarinnar var að skoða stærðfræðileikskóla. Það segir mikið um aukinn áhuga alls starfsfólksins á notkun stærðfræðinnar í leikskólastarfinu. Námsferðin var mjög áhugaverð og komum við heim með ótal hugmyndir í farteskinu til að auðga stærðfræðina í Teigaseli.

Skólaárið 2004-2005 varð enn frekari þróun í stærðfræði hér í Teigaseli í kjölfar námsferðarinnar. Á Háteigi urðu áherslubreytingar í starfi deildarinnar þar sem samþætt nám er nú grunnurinn að hópastarfinu. Ekki er um eiginlega stærðfræðihópatíma að ræða eins og áður, heldur er unnið er með stærðfræðiáætlunina til hliðsjónar í hópastarfi og samverustundum. Inn í vetraráætlun deildarinnar koma svo ýmsar skemmtilegar

kannanir sem við sáum hugmyndir að í námsferðinni. Má þar nefna ýmsar talningaaðferðir, sem börnin taka virkan þátt í og tengjast þekkingar- og reynsluheimi þeirra. Dæmi um það eru:

- ☆ Götutalning, þar sem talið er hversu margar götur þarf að fara yfir á leiðinni frá leikskólanum og heim til barnsins. Framkvæmdin er á þann hátt, að börnin eru með íspinnaspýtur og ein spýta er sett í poka þegar farið er yfir götu og þær síðan taldar. Upplýsingarnar eru síðan skráðar og útbúið súlurit þar sem lokaniðurstöður koma fram á mjög sjónrænan hátt.
- ☆ Mætingakönnun. Undirbúningur hefst á því að börnin gera 5 sjálfsmyndir. Kennarinn útbýr óútfyllt súlurit, með dagsetningum og fjölda barna. Börnin líma síðan mynd af sér þegar þau koma í leikskólann, með aðstoð foreldra sinna. Niðurstöðurnar sýna hversu mörg börn komu í leikskólann hvern dag í eina viku.
- ☆ Farartækjakönnun. Í upphafi er haldinn vinnufundur, þar sem rætt er með hvernig farartækjum hægt er að koma í leikskólann. Ýmsar skemmtilegar hugmyndir koma upp á þessum vinnufundum og eru allar hugmyndir teknar góðar og gildar. Börnin teikna farartækin og eru myndirnar límdar á skráningarblað sem hengt er upp í fataherbergi. Þegar þau koma í leikskólann merkja þau við á hvaða farartæki þau komu þann daginn (notaður er mismunandi litur dag frá degi) með því að strika við myndina.

Með þeirri vitundarvakningu sem hefur orðið í Teigaseli, hefur áhuginn færst inn á aðrar deildir skólans og hefur m.a. Guðrún Erla Guðlaugsdóttir, leikskólakennari á Miðteigi útbúið stærðfræðiáætlun sem unnið er með í hópastarfi. Hópastarfið á Miðteigi er skipulagt eftir námssviðum Aðalnámskrár leikskóla og er unnið markvisst með hvert námssvið fyrir sig. Stærðfræðin var því kjörin viðbót við námssviðin og hefur starfið gengið mjög vel. Á yngstu deild (Teigakoti) fer einnig fram talning og flokkun m.a. í könnunarleiknum, en byrjað var að vinna markvisst með hann haustið 2003.

Þó stærðfræðin tengist mikið daglegu starfi, notum við einnig ýmis kennslugögn til stærðfræðikennslu, sem eru ýmist keypt eða heimatilbúin m.a.:

- ☆ Einingakubba
- ☆ Rökkubba
- ☆ Sætisgildiskubba
- ☆ Kaplakubba
- ☆ Ýmis spil, s.s. yatzy, bingó ofl.

- ☆ Talning í númeraða bakka
- ☆ Talnagrind notuð við ýmis verkefni
- ☆ Flokkun eftir tölum, stærðum og gerðum
- ☆ Ýmis kennsluforrit ofl.

Hér í Teigaseli hefur því orðið mikil þróun á undanförunum árum í notkun stærðfræðinnar í leik og starfi með börnunum og erum við sífellt að koma auga á nýjar og fleiri leiðir til að kynna stærðfræðina fyrir börnunum á jákvæðan og skemmtilegan hátt. Teljum við að þau búi að þessum grunni þegar að grunnskólagöngunni kemur.

### **Rannsókn á talnaskilningi leikskólabarna**

Eins og áður hefur komið fram mun Teigasel taka þátt í rannsókn tengda talnaskilningi leikskólabarna. Þátttakendur er elsti hópur leikskólans. Formleg vinna er unnin í litlum hópum þar sem börn vinna við þrautalausnir. Í talnavinnunni er lögð fyrir börnin orðþraut sem byggist upp á samlagningu, frádrætti, margföldun eða deilingu. Tölustærðir sem notaðar eru, eru í samræmi við skilning barnanna á tölustærð og tölurnar eru stöðugt hækkaðar eftir því sem skilningur þeirra á tölum eykst. Ein þraut er lögð fyrir í hvert sinn þar sem stór þáttur í námi barna er umræða þeirra um lausnarleiðir sínar. Þegar börnin hafa leyst þrautina þá útskýra þau fyrir hverju öðru hvernig þau fóru að því að leysa þrautina. Þegar fram líða tímar þá fer umræðan að vera flóknari og spurningar eins og “er aðferðin hennar Maríu eins og aðferðin hans Tomma?” Við slíkar spurningar er verið að ögra börnunum til að líta “bak við” aðgerðina og skoða þá stærðfræðilegu hugsun sem átti sér stað við lausnarleiðir þeirra. Með því er stöðugt verið að örva hugsun þeirra og virkja þau í að greina það sem þau sjá og heyra.

Sú hugmyndafræði sem liggur að baki þeirra kennsluáferða sem notaðar eru er í anda Dewey (1995) og Vygostksy (1978). Samkvæmt hugmyndum þessara fræðimanna þá byggist öll þekking upp í umhverfi einstaklingsins og þekkingin eykst eingöngu með því að byggja upp á þeirri þekkingu sem er þegar til staðar. Þar er lögð áhersla á uppgötvunarvinnu og sjálfsköpun. En þessi uppgötvunarvinna og sjálfsköpun á sér stað í umhverfi sem er hvetjandi og örvar börnin að leita lausnaleyða við þær aðstæður sem þau eru stödd í. Við slíkar aðstæður þá er hlutverk kennarans að sjá til þess að börnin hafi tækifæri til að vinna að ögrandi verkefnum til að þau geti ögrað



sjálfum sér í lausnaleiðinni. Einnig er hlutverk kennarans að spyrja mikilvægra spurninga til að leiða börnin í “réttu” átt. Í samvinnu við kennarann og önnur börn þá leita þau ráða hjá og læra af hverju öðru. Vygotsky (1978) talar um „svæði mögulegs þroska” en sú hugmynd liggur að baki þegar við leggjum áherslu á hópavinnu og umræður. En samkvæmt þessari kenningu þá getur einstaklingur náð mun lengra í vitsmunáþroska þegar hún eða hann eru í samvinnu við aðra sem lengra eru komnir. Þetta á við bæði kennarann sem spyr spurninga sem nemandinn kemur ekki auga á jafnt sem aðra hópmeðlimi sem nota jafnvel nýjar lausnarleiðir eða spurningar sem voru áður óþekkt.

Hér á eftir eru sett af þrautum sem gefa hugmynd um hverskonar þrautir eru lagðar fyrir nemendur. Þessar þrautir er sérstaklega byggðar upp til að vinna að talnaskilningi og aðgerðaskilningi.

#### ÞRAUTIR SEM FJALLA UM SAMEININGU

HVAÐ ER ÓÞEKKT?	ÞRAUT:
<i>Niðurstaða óþekkt</i>	Þóra á 7 kleinur. Hún fær 6 kleinur til viðbótar. Hvað á Þóra þá margar kleinur?
<i>Breyting óþekkt</i>	Þóra á 7 kleinur. Pabbi hennar gefur henni nokkrar til viðbótar og nú á hún 13 kleinur. Hvað gaf Pabbi hennar Þóru henni margar kleinur?
<i>Upphaf óþekkt</i>	Þóra á nokkrar kleinur. Mamma hennar gefur henni 6 til viðbótar og nú á hún 13 kleinur. Hvað átti Þóra margar kleinur í upphafi?

#### ÞRAUTIR SEM FJALLA UM AÐSKILNAÐ

HVAÐ ER ÓÞEKKT?	ÞRAUT:
<i>Niðurstaða óþekkt</i>	Þóra á 13 kleinur. Hún er búin að borða 6 kleinur. Hvað á Þóra margar kleinur eftir?
<i>Breyting óþekkt</i>	Þóra á 13 kleinur. Hún gefur Kára vini sínum nokkrar kleinur og þá á hún eftir 7 kleinur. Hvað gaf hún Kára margar kleinur?
<i>Upphaf óþekkt</i>	Þóra á nokkrar kleinur. Hún gaf Kára vini sínum 6 kleinur og þá á hún eftir 7 kleinur. Hvað átti Þóra margar kleinur í upphafi?

### ÞRAUTIR SEM FJALLA UM HLUTA-HLUTA-HEILD

HVAÐ ER ÓÞEKKT?	ÞRAUT:
<i>Heildin óþekkt</i>	5 strákar og 6 stelpur voru að leika sér úti í sandkassa. Hvað voru margir krakkar að leika sér í sandkassanum?
<i>Hluti óþekktur</i>	5 strákar og nokkrar stelpur voru að leika sér úti í sandkassa. Alls voru 11 krakkar að leika sér í sandkassanum. Hvað voru strákarnir margir?

### ÞRAUTIR SEM FJALLA UM SAMANBURÐ

HVAÐ ER ÓÞEKKT?	ÞRAUT:
<i>Mismunur óþekktur</i>	Þórhallur á 12 bækur en Alma á 20 bækur. Hvað á Almar mörgum bókum fleiri en Þórhallur?
<i>Samanburðarmengi óþekkt</i>	Þórhallur á 12 bækur. Alma á 8 bókum fleiri en Þórhallur. Hvað á Alma margar bækur?
<i>Viðmið óþekkt</i>	Alma á 20 bækur. Hún á 8 bókum fleiri en Þórhallur. Hvað á Þórhallur margar bækur?

### MARGFÖLDUN OG DEILING

HVAÐ ER ÓÞEKKT?	ÞRAUT:
<i>Margföldun: heildarfjöldi</i>	Folda á 3 litapakka. Í hverjum pakka eru 6 litir. Hvað á Folda marga líti?
Deiling: fjöldi hópa	Folda á 18 líti. Hún setur þá 6 saman í kassa. Hvað þarf hún marga kassa?
Deiling: fjöldi í hóp	Folda á 18 líti. Hún skiptir þeim jafnt í 3 kassa. Hvað eru margir litir í hverjum kassa?

## TILVITANASKRÁ

Andrews, A. G. (1999). Solving geometric problems by using unit blocks. *Teaching Children Mathematics*, 5(6), 318-323.

Baroody, A. J. (1998). *Fostering Children's Mathematical Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction*. London: Lawrence Erlbaum Associates.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L. & Empson, S. B. (1999). *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. Í Carpenter, T. P., Moser, J. M. & Romberg, T. A. [ritstjórar], *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press

Ginsburg, H. P. (1989). *Children's Arithmetic: How They Learn It And How You Teach It*. Austin, TX: pro-ed.

Ginsburg, H. P. & Seo, K. (2000). Mathematics in children's thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 113-129.

Hirsch, E. S. [ritstjóri]. (1996). *The Block Book*. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.

Kliebard, H. M. (1995). *The Struggle for the American Curriculum*. New York: Routledge.

Menntamálaráðuneytið. (1999). *Aðalnámskrá Leikskóla*. Reykjavík, IS: Menntamálaráðuneytið.

Pratt, C. (1948). *I learn From Children*. New York: Simon & Schuster.

*Stærðfræði – leikur*. Þróunarverkefni í leikskólanum Nóaborg, 2000.

van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, 5(6) 310-316.